INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN PRAHOVA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 16.02.2013 –
CLASA A V-A
Subiecte

1. Determinaţi numărul elementelor mulţimii $A=\left\{\overline{abc} \mid \overline{abc}-\overline{cba}=495\right\}$

Prof. Roxana Soare, Ploieşti

2. Arătaţi că numărul $a=4^{n^2-n+2012}+9^{m^2-m+2014}+6^{2013mn}$ nu poate fi pătrat perfect , oricare ar fi m,n numere naturale cu $m>1, n>1$.

Prof. Maria Negrilă şi prof. Anton Negrilă, Ploieşti

3. Fie numărul natural *P*, $2\le P\le 1000$ care la împărţirea cu 9, respectiv 10, dă restul 1.

   a) Pentru fiecare număr P care indeplineşte condiţiile problemei , determinaţi suma cifrelor .

   b) Aflati toate numerele *P* care sunt pătrate perfecte.

Prof. Petre Nachilă, Ploieşti

4. Aflaţi intersecţia mulţimilor $A=\left\{2006^n+2005^n\cdot 2013+2012,\ n\in\mathbb{N}\right\}$ şi $B=\left\{x^2+1910,\ x\in\mathbb{N}\right\}$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 16.02.2013 –
CLASA A VI-A
Subiecte

1. Un robinet umple un bazin în 4 ore, iar alt robinet umple acelaşi bazin în 10 ore. În cât timp se va umple 42% din bazin dacă cele două robinete vor curge în acelaşi timp?

Prof. Ioana Crăciun şi prof. Gh. Crăciun, Ploieşti

2. Fie fracţia $F=\frac{4n+7}{11n+18}$, cu *n* număr natural impar . Ştiind că *F* este reductibilă, aflaţi ultima cifră a lui *n*.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. Fie segmentul $[AB]$ şi punctele $M_1, M_2, M_3, ..., M_{2013}$ mijloacele segmentelor $[AB]$, $[AM_1]$, $[AM_2]$,...,$[AM_{2012}]$.Arătaţi că $AM_1+AM_2+...+AM_{2013}$ nu depăşeşte lungimea segmentului $[AB]$.

Prof. Ion Lupea, Ploieşti şi prof. Ion Tomescu, Mizil

4. Fie unghiul MON un unghi cu masura de 90° şi punctele *A, O, B* coliniare cu $O\in(AB)$. Fie $[OE$ bisectoarea unghiului AOM şi $[OF$ bisectoarea unghiului BON. Arătaţi că $m(\sphericalangle EOF)\in\{45^0, 135^0\}$.

Gazeta Matematică

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN PRAHOVA

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 16.02.2013 –
CLASA A VII-A
Subiecte

1. a. Scrieţi numărul 100 ca suma a patru cuburi perfecte.

   b. Pentru fiecare număr natural $n \geq 2$ definim numărul $a_n = 10^{n^3 - n + 2}$. Arătaţi că a_n se scrie ca suma a patru cuburi perfecte.

Gazeta Matematică , 2012

2. Demonstraţi că $\sqrt{2012 \cdot 2013 + \sqrt{2012 \cdot 2013 + \sqrt{2012 \cdot 2013}}} < 2013$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. Se consideră triunghiul ABC cu $m\left(C\right) = 30^0$ şi $D \in \left(BC\right)$ astfel încât $AD = AB + CD$. Ştiind că unghiurile CAD şi ABC sunt complementare, aflaţi măsura unghiului BAC .

Prof. Silvia Brabeceanu şi prof. Ionel Brabeceanu, Plopeni

4. În patrulaterul ABCD diagonala (BD) trece prin mijlocul diagonalei (AC) şi $m\left(DAC\right) = m\left(ABC\right) = 90^0$ .Arătaţi că $\dfrac{AD}{BC} = \dfrac{BD}{AB}$.

Prof. Gheorghe Bumbăcea, Buşteni

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 16.02.2013 –
CLASA A VIII-A
Subiecte

1. Fie $E(x)=\frac{1}{(x-2)(x+2)}, x\in\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.Determinaţi x pentru care $E(x)=-\frac{3+2\sqrt{6}}{30}$.

Prof. Maria Negrilă şi prof. Anton Negrilă, Ploieşti

2. a. Demonstraţi că $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\geq\frac{a+b}{2}$ pentru orice $a,b\in[0;\infty)$.

   b. Fie $a,b\in\left[\frac{1}{11};1\right]$ cu proprietatea că $a+b=\frac{12}{11}$.Demonstraţi că $\frac{72}{121}\leq a^2+b^2\leq\frac{122}{121}$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

3. Se consideră triunghiul ABC şi planul α astfel încât $BC\subset\alpha, A\notin\alpha$.Fie D şi E mijloacele segmentelor (AB), respectiv (AC).Prin D şi E se duc două drepte paralele între ele care intersectază planul α în punctele N, respectiv P. Demonstraţi că dreptele BN şi CP sunt concurente.

Prof. Petre Năchilă, prof.dr. Cătălin Năchilă

4. Paralelogramul $ABCD$ cu $AB=16cm, BC=8cm, m(A)=60^0$ şi trapezul dreptunghic $CDEF, CD\parallel EF, m(D)=90^0, m(C)=30^0, DE=8cm$, sunt situate în plane diferite astfel încât $DE\perp AC$. Dacă M este mijlocul lui $[AB]$,aflaţi distanţa de la M la dreapta FC.

Prof. Ion Tomescu, prof. Ion Lupea

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.