

Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a V a

Subiecte

1. Calculați :

a) $2008^{2008^0} - (20^3 - 1^3)(20^3 - 2^3) \cdot \dots \cdot (20^3 - 21^3)$.

b) $2008^2 \cdot 250 - 10^2 \cdot 2 \cdot 1004^2 - 2^7 \cdot 5^2 \cdot 502^2$.

Prof. Nicolae Radu, Ploiești

2. Să se afle câtul și restul împărțirii numărului $11t+z$ la $x+y$, unde :

$$x = 20 \cdot 2^{n+1} \cdot 5^n + 1, \quad y = 10 \cdot 2^n \cdot 5^{n+1} - 1, \quad z = 40 \cdot 2^{n+1} \cdot 5^n + 11,$$

$$t = 100 \cdot 2^n \cdot 5^{n+1} - 1, \quad n \in \mathbf{N}^*$$

Prof. Maria și Anton Negrilă, Ploiești

3. Mulțimea A este formată din toate numerele de trei cifre distincte scrise numai cu cifrele de la 1 la 8.

a) Calculați $(375+624)+(143+856)$.

b) Determinați numărul de elemente din mulțimea A.

c) Calculați suma elementelor mulțimii A.

Prof. Dragoș Moldoveanu, Sinaia

4. Se dă șirul 1,9,35,91,189,341,559,855,.....

a) Enumerați următorii doi termeni ai șirului.

b) Arătați că al 2008-lea termen al șirului este divizibil cu 5.

Prof. Adelina Apostol, Ploiești

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a VI a

Subiecte

1. Să se arate că nu există nici un număr natural care prin împărțire la 25 să dea restul 15 iar prin împărțire la 15 să dea restul 6.

Prof. Ioana Crăciun si Gheorghe Crăciun, Ploiești

2. Un număr natural, scris în baza zece, are 2008 cifre și este scris cu cifrele 3, 4, 5 și 6 și 13 zerouri. Numărul de apariții al cifrelor 3, 4, 5 este direct proporțional cu numerele 4, 5 și 6. Să se arate că numărul dat nu este pătrat perfect.

Prof. Anda Marcu, Ploiești

3. Fie punctele A, O, E coliniare (în această ordine) și semidreptele [OB, [OC, [OD construite în același semiplan, astfel încât unghiurile AOB și DOE sunt congruente și măsurile unghiurilor AOB, BOC și COD sunt direct proporționale cu numerele 3, 4 și 2.

a) Aflați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și DOE.

b) Fie semidreapta [OD' opusă lui [OD. Justificați că semidreapta [OA este bisectoarea unghiului BOD' și $OB \perp DD'$.

Prof. Nicolae Radu, Ploiești

4. Vom spune că o mulțime de unghiuri formate în jurul unui punct are proprietatea P dacă măsurile oricăror două unghiuri adiacente diferă prin 2^0 .

a) Determinați măsurile exprimate prin numere întregi în cazul unei mulțimi de 6 unghiuri care au proprietatea P.

b) Arătați că nu există mulțimi formate din 9 unghiuri care să aibă proprietatea P.

Prof. Dragoș Moldoveanu, Sinaia

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a VII a

Subiecte

1. Demonstrați că:

a) $\frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right), \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) $S = \frac{61}{18} + \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 103} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} \right)$

este un pătrat perfect.

Prof. Mihaela Doinaru ,Sinaia

2. Numerele naturale a și b au proprietatea „P” dacă $\sqrt{a+b}$ și $\sqrt{a-b}$ sunt simultan numere naturale.

a) Dați exemplu de două numere naturale nenule care au proprietatea „P”.

b) Arătați că dacă numerele naturale a și b au proprietatea „P” atunci ele nu pot fi simultan numere impare.

Prof.Gh.Bumbăcea, Bușteni

3. Se consideră paralelogramul ABCD și punctele M = mijlocul lui [BC], E ∈ [AB] cu AE = 2 · EB . Fie AM ∩ BD = {N}, DE ∩ AC = {F}, MF ∩ AD = {P} . Sa se demonstreze că NPDC este trapez .

Prof.Claudiu Militaru ,Ploiești

4. Fie ABCD un patrulater convex oarecare,dar nu paralelogram,M, N,P,Q mijloacele laturilor AB,BC,CD,respectiv AD.Notăm cu E intersecția dreptelor DM și BQ și cu F intersecția dreptelor DN și BP.

a) Să se arate că MNPQ este paralelogram ,iar MEFN și QEFP sunt trapeze.

b) Demonstrați că ,dacă MEFN și QEFP sunt ambele trapeze isocеле,atunci DB este bisectoare pentru unghiurile ADC și ABC.

Prof. Gabriela Leu ,Sinaia

SUCCES!

Notă:

Timp de lucru : 3 ore.

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10

Inspectoratul Școlar al Județului Prahova

Olimpiada de matematică

Etapa locală-26 ianuarie 2008

Clasa a VIII a

Subiecte

1. Arătați că dacă $\frac{a\sqrt{3} + b\sqrt{2}}{b\sqrt{3} + c\sqrt{2}} \in \mathbf{Q}$, unde $a, b, c \in \mathbf{N}^*$, atunci $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)(a-b+c)$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil

2. Demonstrați că :

a) $\frac{a+2}{a} < \frac{a+1}{a-1}$, pentru orice $a > 1$.

b) $\sqrt{\frac{2007^2 + 2007}{2008^2 + 2008}} > \frac{2006 + 2006^2}{2007 + 2007^2}$

Prof. Ion Bilciurescu, Boldesti - Scaieni

3. Paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' are laturile $AD = AA' = a$ și $AB = 2a$.

Punctul E este proiecția punctului A pe diagonala BD'. Calculați:

- a) măsura unghiului diedru format de planele (D'AB) și (BCD).
- b) aria triunghiului AD'B.
- c) lungimea segmentului C'E.

Prof. Magdalena-Maria Georgescu și Mihail Focșeneanu, Ploiești

4. Pe planul trapezului dreptunghic ABCD cu $AB \parallel CD$, $m(\angle A) = m(\angle D) = 90^\circ$, $DC = a$, $AB = 2a$ și $AC \perp BD$, se ridică perpendiculara $MA = a\sqrt{2}$. Calculați distanța de la B la MC și distanța de la A la planul (MBC).

Prof. Ion Lupea și Ion Tomescu

SUCCES!

Notă: Timp de lucru : 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 1 la 10