CONCURSUL REZOLVATORILOR [3)]

CLASA a V-a

1. Comparaţi numerele x şi y ştiind că:

$$x = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2007} \quad \text{şi} \quad y = 27^{100} \cdot \left(3^4\right)^{10} : 3^2 \cdot 9^{500}$$

Monica Guita, Sibiu, Concursul ,,Regina Maria"

2. a) Determinaţi numărul natural de forma $\overline{ab8}$ care împarţit la numărul natural $\overline{ba}$ dă câtul 19 si restul 35.

b) Aflaţi suma resturilor pe care le obţinem dacă împarţim toate numerele mai mari ca 200 şi mai mici decât 700 la 37.

Doina Tatu, Sibiu, Concursul ,,Regina Maria"

3. a) Două treimi din jumătatea numărului 114, reprezintă jumătatea treimii unui număr natural ***x***. Aflaţi numărul ***x***.

b) Două treimi din jumătatea unui număr este cât jumătatea treimii celui de-al doilea. Ştiind ca suma lor este 6030, aflaţi cele două numere.

Delia Pastramă, Sibiu, Concursul „Regina Maria"

4. La un concurs de tir, fiecărui jucător i se acordă un număr de 30 încercări. Pentru fiecare lovire a ţintei se acordă 23 puncte, iar pentru fiecare ratare a ţintei se scad 15 puncte. După un număr de aruncări la ţintă, un jucător obţine 70 puncte. Care este numărul maxim de puncte pe care poate să-l obţină acest jucător, după ce a executat, în continuare, toate aruncările?

O.L.M. Ialomita,2011

5. Se consideră suma $S = 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2004}$. Calculaţi suma S. Arătaţi că S este divizibil cu 5. Arătaţi că S este divizibil cu 7.

O.L.M. Ialomita,2011

6. Să se determine numerele naturale *a, b, c* astfel încât:
$\{a, a+b, a+b+c\} \cup \{5, 5+b\} = \{3,5,7\}$.

O.L.M. Ialomita,2011

7. Se consideră $n = 3^5 \cdot 17^5 - 51^5 + 11^0$ şi $m = \left(5^{11} : 25^5\right)^{2011} : 125^{670}$. Comparaţi numerele m şi n^{2011}.

O.L.M. Ialomita,2011

8. Un vas conţine bomboane colorate astfel 48 verzi, 30 roşii, 12 galbene, 10 albastre. Acestea sunt toate învelite în folie, astfel încât să nu ştim ce culoare are o bomboană oarecare. Care este cel mai mic număr de bomboane ce trebuie luat din vas pentru a fi siguri că avem cel puţin 15 bomboane de aceeaşi culoare?

Anton Constantin, O.L.M.2011, Vaslui

9. Fie numărul $x = 50 \cdot 5^{2010} \cdot 2^{2011} - 2012$.

a) Numărul este pătrat perfect ?

b) Calculaţi suma cifrelor numărului x

Ioan Pop, O.L.M.Cluj,2011

10. Să se scrie numărul $A = 9^{2011}$ ca sumă de două cuburi perfecte, iar numărul $B = 10^{2011}$ ca sumă de două pătrate perfecte.

Gherasim Feurdean, O.L.M.Cluj,2011

[3)] **Se primesc soluţii pana la 25iunie 2011**

CLASA a VI-a

1. Fie *M* mulţimea multiplilor lui 36 în a căror scriere (în baza 10) nu apar alte cifre decât 4, 6 sau 9. Câte numere cel mult egale cu 100 000 conţine *M* ?

O.L.M. Teleorman, 2011

2. Se dă mulţimea: A={1,2,3,4,…,2010,2011}. Aflaţi numărul de elemente din ulţimea A care se divid cu 7 sau cu 11.

O.L.M. Teleorman, 2011

3. Sunt date n+1 unghiuri in jurul unui punct. Primele n unghiuri au masurile egale cu $(n+2)^{o}$ si ultimul are masura de 37^{o}. Calculati masura fiecaruia dintre unghiurile congruente.

O.L.M. Teleorman, 2011

4. Determinaţi numarul natural nenul *n*, stiind ca 2010 împarţit la 2*n* da restul 10, 2011 împarţit la 3*n* da restul 61 si 2012 împartit la 5*n* da restul 12.

Viorica David, O.L.M. Sibiu, 2011

5. Se consideră numărul $A=(1+2+3+...+2011)\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+...+\frac{1}{4040099}\right)$.

Să se determine o valoare a numărului $x\in N$ astfel încât numărul $A+x$ să fie pătrat perfect

Vasile Serdean, O.L.M.Cluj,2011

6. Fie numerele naturale *n*, care împărţite la 2007, dau câtul mai mare decât restul cu 1.

a) Să se arate că suma numerelor date este divizibilă cu 2007;

b) Să se determine ultima cifră a sumei acestor numere.

Niculai Solomon, O.L.M.Vaslui,2011

7. Fie AD bisectoarea unghiului BAC din triunghiul ABC, în care $(\angle A) = 60^{o}$. Pe laturile AB şi AC se consideră punctele E, respectiv F astfel încât $m(\angle BDE) = m(\angle CDF) = 60^{o}$. Să se demonstreze că $[BE] \equiv [EF] \equiv [FC]$.

E. Blăjuţ, Bacău

8. Unghiurile $\sphericalangle AOC$ şi $\sphericalangle COB$ sunt adiacente suplementare, iar punctele *C* şi *D* sunt de o parte şi de cealaltă a dreptei *AO*, astfel încât $m(\sphericalangle COD)=100^{\circ}$ şi $m(\sphericalangle BOD)=3\cdot m(\sphericalangle AOC)<180^{\circ}$. Aflaţi:

a) Măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOC$, $\sphericalangle COB$ şi $\sphericalangle BOD$.

b) Măsura unghiului format de bisectoarea $\sphericalangle AOD$ şi semidreapta opusă semidreptei [*OC*.

Doina Tatu, O.L.M. Sibiu, 2011

9. Fie a si b doua numere naturale nenule distincte , astfel incat $31[a,b]=3a^2+b^2$, unde s-a notat cu [a,b] c.m.m.m.c. al numerelor a si b

a)Aratati ca 3b=2a

b)Determinati numerele naturale a si b

Maria si Anton Negrila,O.L.M. Prahova,2011

10. Sa se determine numerele naturale nenule a si b care verifica relatia : $\frac{1}{a}+\frac{3}{b}=2$.

Roxana Soare, O.L.M Prahova, 2011

CLASA a VII-a

1. Se dă suma:

$$S = 1+2+3+4-5+6+7+8+9-10+...+(5n-4)+(5n-3)+(5n-2)+(5n-1)-5n.$$

Determinați numărul natural n pentru care $S = 175$.

Simona Dumitrescu, O.L.M. Sibiu, 2011

2. În patrulaterul convex ABCD, M şi N sunt mijloacele laturilor [DC], respectiv [BC]. Fie $AC \cap BD = \{O\}$ şi $MN \cap AC = \{P\}$. Arătați că dacă O este centrul de greutate al triunghiului AMN, atunci patrulaterul ABCD este paralelogram.

Lucia Iepure, O.L.M. Cluj, 2011

3. În dreptunghiul $ABCD$ notăm cu O intersecția diagonalelor. Perpendiculara din O pe AC intersectează latura DC în E şi bisectoarea unghiului DAC în F. Perpendiculara în F pe AF intersectează latura DC în G. Se cere:

a) Să se arate că triunghiul FEG este isoscel;

b) Să se afle valoarea unghiului DAC pentru care dreapta FG este paralelă cu DB.

O.L.M. Ialomita,2011

4. Pe laturile unghiului xOy se iau punctele $A, B, C \in (Ox$ şi $A', B', C' \in Oy$ astfel încât $AB' \| BA'$ şi $BC' \| CB'$. Să se arate că $AC' \| CA'$.

O.L.M. Ialomita,2011

5. a)Să se determine numerele întregi a şi b care verifică condițiile:

$$|a| = 10, \quad |b| = 5 \text{ şi } |a-b| = 15.$$

b)Să se determine numerele întregi x şi y ştiind că $|x| < 6$ şi $3x + 5y = 15$.

Delia Şerb, Concursul „ Regina Maria",Sibiu

6. Să se afle $n \in N^*$ din egalitatea

$$\frac{7}{7 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 11} + ... + \frac{7}{(n-2) \cdot n} = \frac{2001}{4016}$$

Mioara Ghiță, Concursul „ Regina Maria",Sibiu

7. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB > BC$ şi $AB = 9$ cm. Bisectoarele interioare unghiurilor A şi B intersectează latura CD în punctele A' şi B' astfel încât $[DB'] \equiv [B'A'] \equiv [A'C]$. Notăm $\{O\} = AA' \cap BB'$, O aflându-se în interiorul paralelogramului.

a) Aflați perimetrul paralelogramului $ABCD$.

b) Demonstrați că $AA' \perp BB'$.

c) Dacă aria triunghiului $A'OB'$ este egală cu x cm^2, arătați că aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu $16 \cdot x$ cm^2.

Nicoleta Bocuț, Concursul „ Regina Maria",Sibiu

8. Fie AD bisectoarea unghiului BAC din triunghiul ABC, AB ≠ AC. Să se determine măsura unghiului BAC ştiind că $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$.

E.Blajut, Bacau

CLASA a VIII-a

1. Fie dreptunghiul ABCD şi trapezul dreptunghic BCEF în plane perpendiculare cu măsura unghiului BCE de 90^0 şi $FB \parallel EC$. Dacă AB = 8 cm; BC = 4 cm; CE = 1,6 cm şi BF = 4,8 cm. Să se determine:
a) măsura unghiului dintre planele AEF şi ABC;
b) tangenta unghiului dintre planele DEF şi ABC.

Niculai Solomon,O.L.M. Vaslui,2011

2. Rezolvaţi ecuaţia: $\left(\sqrt{2}\cdot\frac{x+2010}{x-2010}\right)^2-4=-\left(\frac{x-2010}{x+2010}\cdot\sqrt{2}\right)^2$ $x\in R\setminus\{-2010;2010\}$

Gheorghe Floarea, Concursul ,, Regina Maria",Sibiu

3. Se dă cubul *ABCDEFGH*, în care O_1 şi O_2 sunt centrele cercurilor înscrise în triunghiurile *ADB*, respectiv *BCD*. Ştiind că O_1O_2=2 cm, calculaţi:
a) măsura unghiului dintre dreptele EO_2 şi GO_1;
b) sinusul unghiului dintre dreptele *PF* şi *BG*, unde *P* este simetricul lui *D* faţă de *H*.

Simona Dumitrescu, Concursul ,, Regina Maria",Sibiu

4. Rezolvati in N ecuatia: 2x+xy+2y=2005.

Nicolae Ivaschescu, Craiova

5. Se dă $E=x^2\left(x^2+3\right)+x^2(3x+2)+2x^2(x+3)+x\left(x^2+6\right)$
a) Să se arate că expresia este divizibilă cu 4 pentru orice valoare întreagă a lui *x*
b) Să se verifice identitatea $\frac{E}{x^2+4x+3}=x(x+2)$.

O.L.M. Ialomita,2011

6. Fie $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât $a=b-1$ şi $b\in[1,3]$. Să se arate că:
$\sqrt{a^2+b^2-2b+1}+\sqrt{a^2+b^2-4a-6b+13}=2\sqrt{2}$

O.L.M. Ialomita,2011

7. Să se determine numerele naturale n, pentru care există numerele întregi $a,\ b,\ c$ astfel încât $n^2=a+b+c$ şi $n^3=a^2+b^2+c^2$.

Guiță Visilina, O.L.M.Galați,2011

8. ABCD este un tetraedru şi G_1, G_2, G_3 sunt centrele de greutate ale triunghiurilor DBC, DAC respectiv DAB.Demonstraţi că $(G_1G_2G_3)\parallel(ABC)$.

***

9. D şi E sunt mijloacele laturilor BC, respectiv AC ale triunghiului dreptungic ABC (m(∠A) = 90º). Ştiind că $2\cdot AD^2+4\cdot BE^2=9\cdot AB^2$, să se determine măsurile unghiurilor B şi C ale triunghiului ABC.

E.Blajut, Bacau

10 Aratati ca ecuatia $x^2-7y^2=2012$ nu are radacini intregi..

Nicolae Ivaschescu, Craiova